第 39 卷 第 5 期
2022 年 10 月
应 用 力 学 学 报
Chinese Journal of Applied Mechanics
Vol. 39 No. 5
Oct. 2022

文章编号:1000-4939(2022)05-0879-08

静态爆破作用下石方静胀破裂的 DDA 模拟研究

聂雯[1],王德华[1],裴仲勋[2],王玲[1]

(1. 河北工业大学土木与交通学院,300401 天津; 2. 中信建设有限责任公司,100027 北京)

摘 要:为减少震动影响,在山区环境大规模石方开挖时常采用静态爆破的方法。本研究利用混凝土比拟岩石进行无边界约束情况下的石方静胀试验,基于试验结果建立了 DDA 单孔静胀模型。模拟结果表明,石方在均匀静胀作用下主要从孔口沿最小抵抗线方向发展破裂,过程可分为“初始变形-孔周均匀微开裂-主裂隙发展-沿优先方向劈裂”4 个阶段,且优先劈裂方向的贯穿率与时间步关系呈下凹形。基于已验证的 DDA 模型进行数值试验,参数讨论结果表明,静胀劈裂时间会随岩石抗拉强度增加而延后或者不再发生劈裂;当抗拉强度设定一致而仅增加节理黏聚力,模型的劈裂方向发生偏移但对劈裂时刻影响较小;当模型周围边界固定时,其优势贯穿方向的贯穿率与时间步关系呈上凹形,且孔周承压大、破碎程度高。利用 DDA 多孔静胀模型,进一步揭示了多孔静胀作用下石方开裂从外部孔口向内部发展、扩展方向性强、内部孔口较破碎的发展规律。上述研究内容将为石方静态爆破开挖提供理论依据。

关键词:非连续变形分析;静胀作用;单孔模型;贯穿率

中图分类号:U455.7⁺1 **文献标志码**:A **DOI**:10.11776/j.issn.1000-4939.2022.05.008

Investigation on the characteristics of rock fragmentations under non-explosive expansion using DDA method

NIE Wen[1], WANG Dehua[1], PEI Zhongxun[2], WANG Ling[1]

(1. School of Civil and Transportation Engineering, Hebei University of Technology, 300410 Tianjin, China;
2. CITIC Construction Co., Ltd., 100027 Beijing, China)

Abstract: Applying the non-explosive expansion media is a useful method for rock fragmentation in the mountain area where the vibrations are strictly limited. In this paper, laboratory tests were conducted to determine the loading conditions of single hole expansions in concrete specimens using expansive chemical agents. By adopting the boundary conditions and the loading paths of the lab test, a DDA model was established. Under the constant expansion rate, the penetration rate began to increase at an increasing rate, eventually causing the complete splitting of the sample. It showed that the crack propagations could be subscribed into four stages, i. e. initial uniform deformation, micro-cracking around the hole, subsequently fracturing along the shortest resistance, and final splitting. The increase of tensile strengths in artificial joints would have resulted in the delay of splitting. In addition, the fixed surrounding boundary would increase

收稿日期:2022-05-30 **修回日期**:2022-07-07

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 51908186; U1965204);河北省自然科学基金资助项目(No. E2020202149; E2020050012; 2020HBQZYC001)

通信作者:王玲,副教授。E-mail: wlark@sina.com

引用格式:聂雯,王德华,裴仲勋,等. 静态爆破作用下石方静胀破裂的 DDA 模拟研究[J]. 应用力学学报,2022,39(5):879-886.
NIE Wen, WANG Dehua, PEI Zhongxun, et al. Investigation on the characteristics of rock fragmentations under non-explosive expansion using DDA method[J]. Chinese journal of applied mechanics, 2022, 39(5): 879-886.

the fragmentations of rock blocks adjacent to the expansion hole. At last, a multi-hole expansion problem was simulated to illustrate the effects of the boundary at the site.

Key words: discontinuous deformation analysis (DDA); static expansion; single hole; penetration rate

基坑工程的开挖土石方量因为上部建筑的规模增加而不断向大、向深发展[1]。超大体积的岩体开挖,在山区环境,尤其附近有公路、高压电网、隧道等易受扰动的构筑物时,正常爆破施工不具备可行性,工程中常采用静态爆破法。与传统炸药爆破拆除、机械拆除、人工拆除相比,静态爆破技术可在无振动、无冲击波、无飞石、无烟尘、无毒气、无噪音等情况下实现石方破裂[1]。

常用的静态爆破技术主要包括水力劈裂法[2]、高压气力劈裂法和膨胀化学药剂法等。这些方法都是基于岩石抗拉强度远低于抗压强度的原则。室内试验结果表明岩石的抗拉强度仅为其单轴抗压强度的1/25~1/4[3]。假设岩体为线弹性且各向同性,静胀作用可以简化为平面应变问题并依托厚壁圆筒来进行解析分析。对于双孔同时受到静胀压力作用时,已有学者基于两对称孔半径一致且初始静胀力均匀的假设,提出了两孔中心连线中线方向上的应力解,结果显示孔间距是控制孔间开裂的重要因素[4]。

考虑岩石的低抗拉强度和脆性破坏特征,学者在实验室内利用混凝土试件来比拟岩体,利用膨胀化学药剂法实现静态爆破破岩研究。素混凝土试件单孔静态爆破试验结果显示[4-8],破岩过程大多分为裂隙萌生、裂隙贯穿和破裂三部分,其体积膨胀率是时间的函数,且试件破裂多沿3~4条主裂隙开展。郝大宽等[9]对不同孔间距静态破碎研究,对它们破裂过程的声发射特征、细观裂纹扩展和钻孔间的应力分布变化进行了分析记录。郭怀广等[10]对不同配比的破碎剂的效率进行探讨。周云涛等[11-12]建议静态爆破设计孔距为2~2.5倍钻孔直径,且三角形布设方式的爆破效果明显优于矩形布设方式。

数值模拟方法可以获得较为理想的物理模型。娄荣等[13]基于扩展有限元方法,对钢筋混凝土梁的静态破碎过程进行了数值模拟,结果表明裂缝沿着截面对角线方向扩展且拉应力为裂缝扩展的主导因素。张嘉勇等[14]利用数值仿真软件COMSOL对煤层钻孔静态爆破的作用范围进行了模拟研究,结果表明100 mm孔径的爆破孔注入静态破碎剂,其膨胀致裂半径可达1.3 m。对比单孔和双孔RFPA数值模型研究结果表明孔间距过大时裂纹发展方向不再沿最短路径且会产生较多碎块[9]。

考虑破岩过程是连续-非连续的复杂过程,学者们也常采用非连续变形分析方法(discontinuous deformation analysis, DDA)来模拟岩体的破裂过程[15-20]。DDA是石根华先生于上世纪80年代所创建的岩体力学分析方法,学者们通过在DDA中构建子块体模型,设置人工节理,在开闭迭代循环后基于摩尔-库伦准则判断共线子块体间开裂,并赋予节理新的力学参数[21-22]。本研究利用混凝土比拟岩石材料,通过室内静态破碎剂破岩试验获得静态破碎剂作用下的试件变形破裂特征,在DDA中建立岩石单孔模型模拟静胀作用下岩石的破裂,探讨静胀作用下石方裂隙扩展的规律,揭示模型力学参数和边界条件对静胀破裂效率的影响,并把单孔模型与多孔模型进行对比,揭示静态爆破多用下多孔石方破碎规律。

1 静态破碎剂破岩试验

1.1 试验准备

试验现浇混凝土试件,材料配比如表1所示。试块浇筑好后,进行实验室28 d标准龄期的养护,试验测得抗压强度为14.9 MPa,密度为1 480 kg/m^3。

表1 混凝土浇筑配比

Tab. 1 Concrete mix ratio

类别	矿渣	粉煤灰	NaOH	硅酸钠	水
配比/g	350	650	41.5	52	500

所浇筑的试验样品尺寸为50 mm×50 mm×50 mm立方体,中心布置孔径为8 mm的圆柱孔,孔深40 mm,距底面约10 mm。在试件顶面沿对角线设三轴45°应变花,角尖距离圆孔5 mm,平行于边贴合;侧面中间设长应变片,如图1所示。

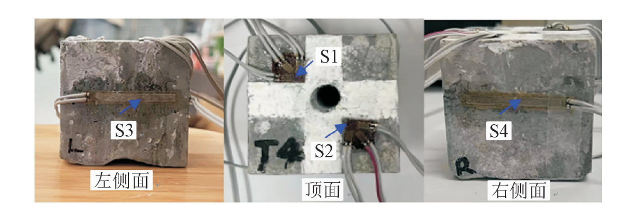


图1 样品顶面及侧面示意图

Fig. 1 Top and side views of the specimen

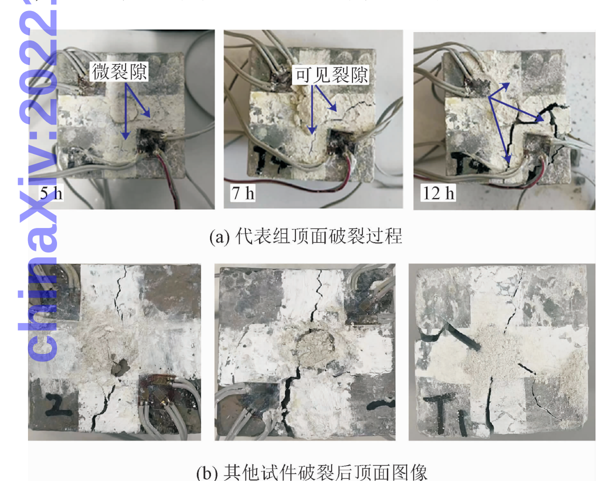
破碎剂以氧化钙为主体,加入适量外加剂共同粉磨制成。CaO 和水反应时,生成的 $Ca(OH)_2$ 固相。在一定的条件下固相体积增大,固相体积和空隙体积增量之和超过“CaO-水”系统的空间,从而引起 CaO 体积的增大,膨胀压力增大。其化学反应如式(1)所示。

$$CaO + H_2O \longrightarrow Ca(OH)_2 + 6.5\times10^4\ J \qquad (1)$$

实验时,按破碎剂∶水 = 1∶0.35 调制成浆体,灌满孔,不采取封孔措施,灌入后即开启应变解调记录仪,记录数据。

1.2　试验结果

此处选取编号为 T4 的试验结果讨论。如图 2(a)所示,钻孔灌入破碎剂浆体后 5 h 左右孔周出现可见微裂缝,之后顶部孔周围的裂缝与最小抵抗距离继续发展并与试件边缘连通,12 h 后两条主裂缝扩张明显,侧面贯穿试件劈裂。其他 3 组试件破裂后顶面图像如图 2(b)所示,与 T4 样品主裂隙相似,主要沿孔边最小抵抗距离开展,但开裂路径不平直,且两端连线与最小抵抗线略有夹角。



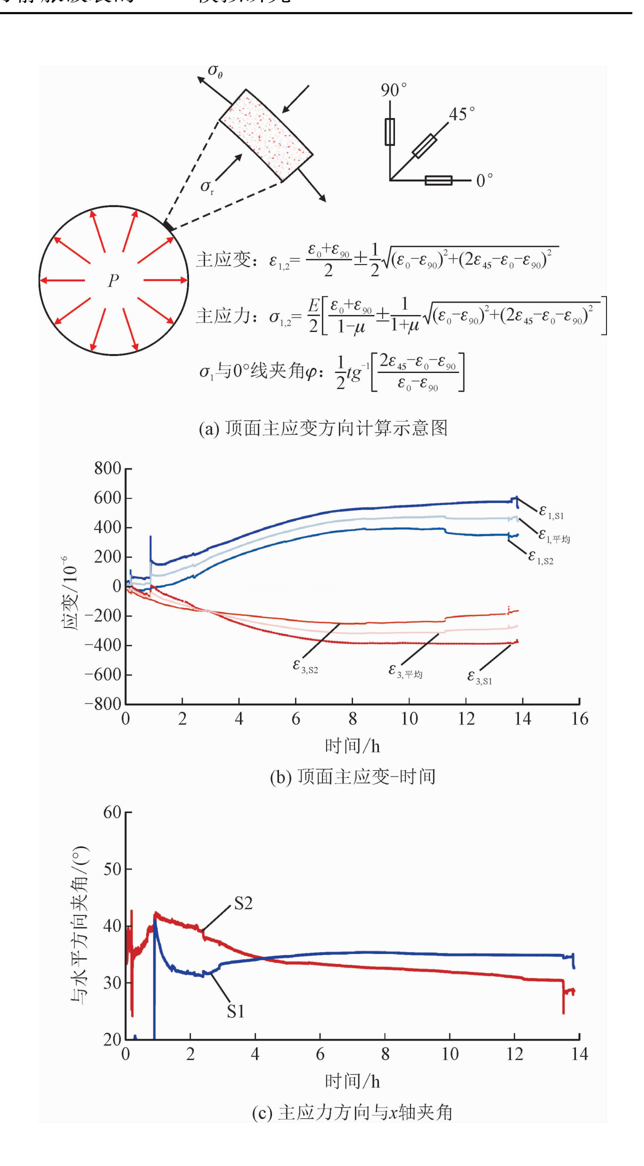
(a) 代表组顶面破裂过程

(b) 其他试件破裂后顶面图像

图 2　静态破碎剂破岩试验过程中顶面破裂图

Fig. 2　Top views of the specimen under the non-explosive expansion

基于弹性力学中有关厚壁问题的假设,S1 和 S2 应变花的数据处理可按如图 3(a)所示的示意图处理,试验结果如图 3(b)和 3(c)所示。结果表明静胀作用下,顶面最大主应变为拉应变,最小主应变为压应变,其中最大主应变与 0°片夹角大约 35°,与径向偏差 10°左右;初始时应变值稍有震荡,在 1 h 后稳定并稳速增加,6 h 后应变增加速率明显减缓,8 h 后应变基本稳定,不再变化。



(a) 顶面主应变方向计算示意图

(b) 顶面主应变-时间

(c) 主应力方向与x轴夹角

图 3　顶面应变及主应力方向特征

Fig. 3　Evolutions of strains and determination of the major principal stress with respect to the x-axis according to the strains at the top surface

2　单孔数值模型试验

如图 4 所示,根据试验所建立的 DDA 模型假设为平面应变问题,尺寸为 50 mm × 50 mm 正方形,内部有 8 mm 小孔,共含子块体 1 888 个。模型外边界自由,内部孔等分为 48 段,每段沿外法线方向施加与计算步相关的匀速位移,在 6×10^4 时间步达到极限位移为 0.1 mm。试算过程中,DDA 计算参数设定步长 0.000 1,法向弹簧刚度 0.5×10^9 N/m,法向弹簧与切向弹簧比值 2.5,选用静力计算且不计块体重力。

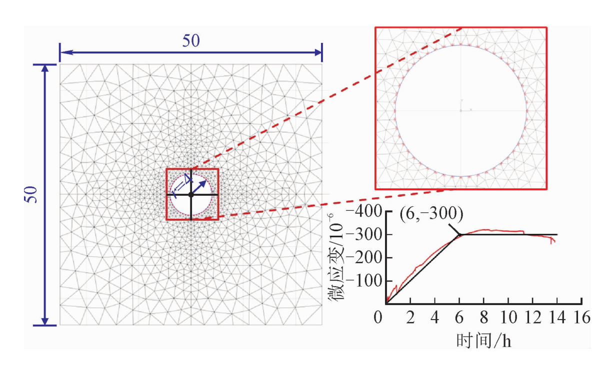


图4　DDA单孔模型

Fig. 4　DDA model of single hole problem

子块体间节理参数的确定采用试算法，在DDA计算参数和子块体物理力学参数（如密度、杨氏模量和泊松比）确定的情况下，按经验取摩擦角，试算人工节理的抗拉强度和黏聚力，以满足试验所测定的侧向应变来确定子块体间抗拉强度为1 MPa（图5a，5b）。利用最终破坏试件劈裂图片设定粘聚力为2 MPa（图5c）。表2列出DDA模型的主要参数设定。

静胀作用下裂隙扩展过程以随时间步发展的主裂隙长度增长速率，或贯穿率 P 来表示。如图6所示，初始时孔周应力均匀发展（A 点），随着位移增加孔周子块体均匀出现细裂隙（B 点），贯穿率缓慢增加，随径向位移的增加孔四周继续出现均匀扩展裂隙（C 点），其中一条沿最小抵抗方向，并沿此方向优先发生开裂后，试件发生劈裂（D 点），此时试件贯穿，即整个过程分为"初始变形-孔周均匀微开裂—主裂隙发展-沿优先方向劈裂"4个阶段，贯穿率 P 随径向位移增加或时间增加呈下凹型明显变化。开裂过程中岩石内扩展裂隙以张性裂隙为主，仅在孔口周围有极少量剪裂隙。

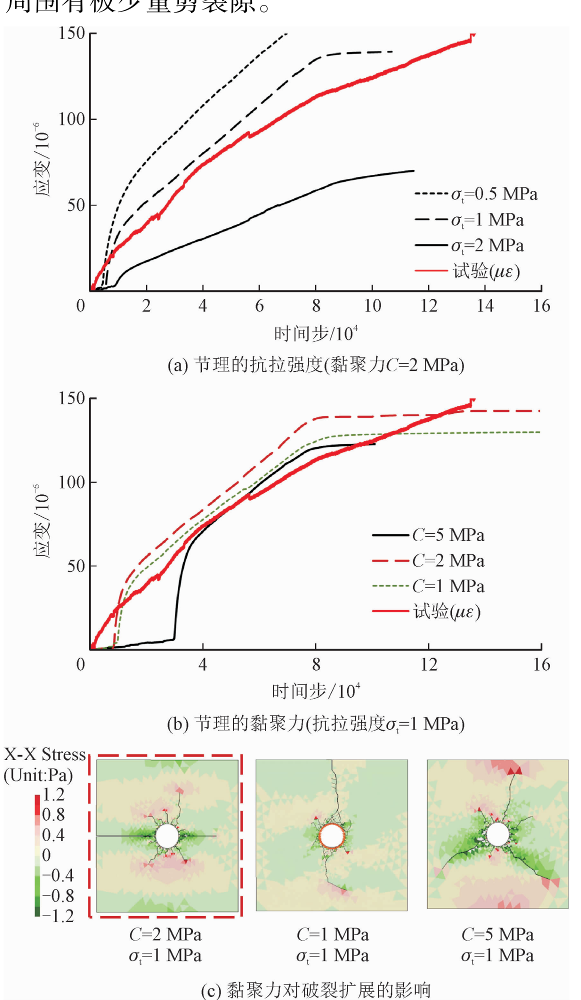


图5　子块体间节理参数的确定

Fig. 5　Determinations of the parameters of DDA joints

表2　DDA模型参数设定

Tab. 2　Parameter settings of DDA model

参数名称	子块体			人工节理		
	密度 ρ/(g·cm^{-3})	杨氏模量 E/GPa	泊松比 ν	摩擦角(前/后)/(°)	黏聚力/MPa	抗拉强度/MPa
取值	1.5	1.0	0.25	40/20	2.0	1.0

模型参数的影响主要涉及子块体的黏聚力和抗拉强度的影响。结合本模型参数选取的多个算例，结果表明在相同加载条件和所设定黏聚力不变时，贯穿率与加载时间步仍呈下凹型变化，且开裂时间随抗拉强度的增加而稍有滞后（图7a），抗拉强度越大试件劈裂时刻越往后，或者劈裂裂隙不再贯穿模型（如算例 σ_t = 2 MPa）。黏聚力的变化主要影响破裂扩展，贯穿率与时间步的关系所呈现的下凹型变化不明显，但是劈裂时刻影响不大，表明在静胀作用下岩体劈裂贯通受石方模型抗拉强度的影响更大。模型边界条件也是静胀作用效应的另一重要影响因素。当边界采用固定边界时（边界与模型间仅设摩擦角2°），模型的开裂所获贯穿率与时间步的关系呈上凹型。如图7(b)所示，在同样加载速率和模型参数条件下，孔周起裂时间提前，且裂隙扩展速率较自由边界模型情况高。在裂隙扩展后期因受到固定边界的影响，优势裂隙开裂路径受阻，而在孔周集中较大压力，造成孔口处块体破碎，这是固定边界模型的另一个特点。

图 6　静胀作用下岩体的破裂

Fig. 6　Crack propagation during non-explasive expansion

(a) 抗拉强度的影响

(b) 固定边界的影响

图 7　模型参数的影响

Fig. 7　Parametric studies of DDA model

根据图 6 和图 7 所示石方模型劈裂模式，沿孔壁向劈裂方向取 $d=4$ mm，8 mm，20 mm 的子块体，其应力随计算步的变化如图 8 所示。在自由边界条件下（图 8a），应力随着孔周位移的均匀增加而增大，在劈裂发生后垂直于裂隙扩展方向的应力（σ_{yy}）突降，沿裂隙方向的应力（σ_{xx}）不再变化。当模型周围选用固定边界，初始加载应力亦随孔周位移的均匀增加而增加，但 σ_{xx} 的增加速率明显更高，子块体 σ_{yy} 随开裂进行过程发生突降，且 σ_{xx} 继续增加，且越靠近孔周 σ_{xx} 增加速率越高（图 8b）。这是采用固定边界模型中孔周易出现破裂（图 7b）的主要原因之一。

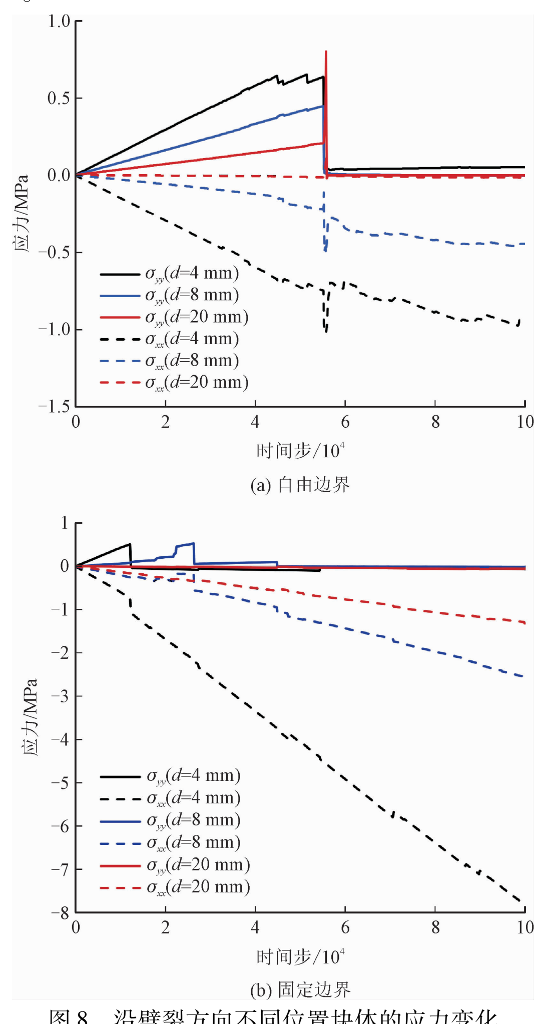


图 8　沿劈裂方向不同位置块体的应力变化

Fig. 8　Variations of stresses in blocks along the major splitting fracture

3　多孔数值模型试验

3.1　双孔静胀爆破模拟

基于上述单孔模型所获得的模型参数建立双孔

模型如图 9 所示,图中应力云图基于 σ_{yy},黄色直线为主应力线,当 2 个等大圆孔孔心间距 $d=6D$(其中 D 为圆孔直径),两孔边随位移增加而产生的裂隙向临近孔的方向扩展,主应力方向从竖直变为水平,主要为张性裂隙;在两孔连续贯通后,向 120°夹角方向扩展次裂隙(图 9a)。当设定 $d=7.5D$ 时,两孔间影响明显减弱,在各个孔口发生破裂后,两孔之间的贯穿裂隙开展,破裂模式以张剪混合裂隙为主(图 9b)。

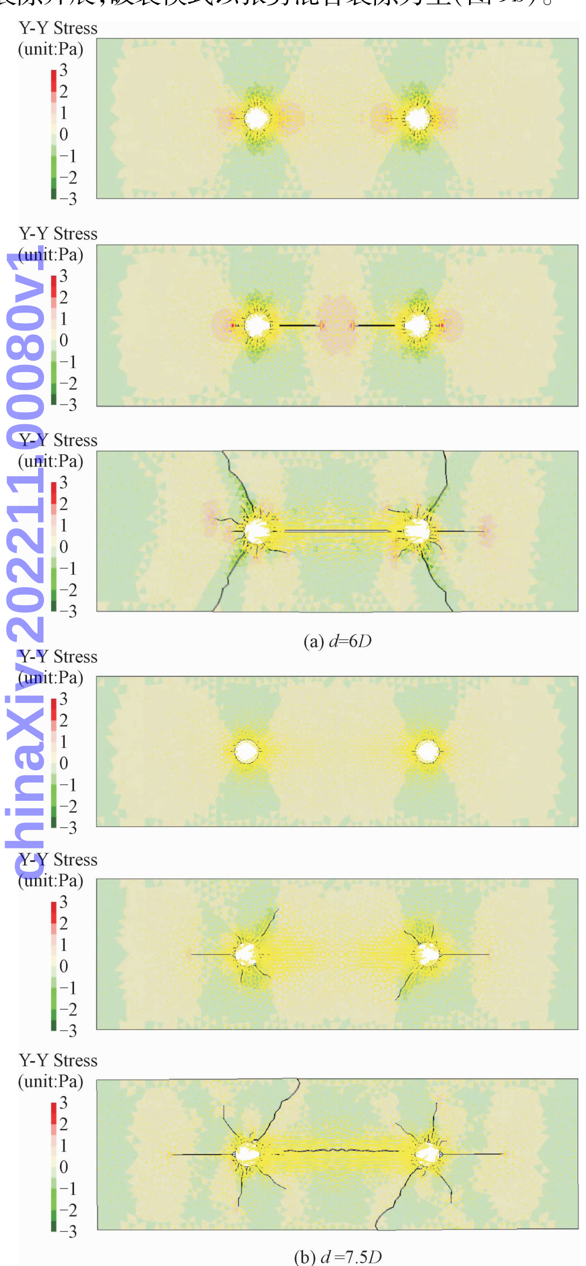


图 9 双孔静胀爆破 DDA 模型

Fig. 9 DDA models for dual holes problem

3.2 多孔静胀爆破模拟

如图 10 所示为建立 DDA 多孔模型,尺寸为 10 m×10 m,其中布孔区域为 1.8 m×1.8 m,共平行布设 13 个孔径为 $D=0.1$ m 的静胀孔。模型中有两组轴,即 x-y 与 x'-y'轴,两者夹角 90°。其中沿 x'和 y'轴的孔距为 $d=0.6$ m,呈共线分布。模型共含 3 000子块体,膨胀孔均简化为六变形并在边界施加每1×10^4 步 1 mm 的位移荷载,直至孔周向外法线膨胀12 mm。其他物理与力学参数与第二节中单孔静胀模型一致。

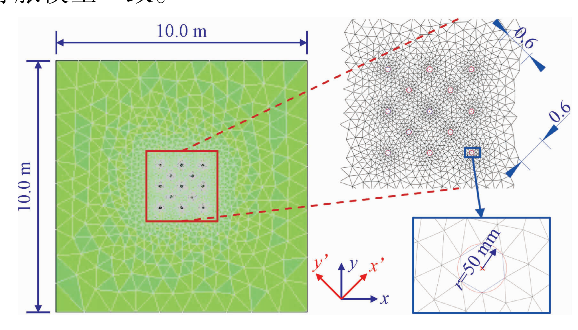


图 10 DDA 多孔模型

Fig. 10 DDA model for multiple holes problem

如图 11 所示,图中云图为块体中心处 x 方向应力,黄线代表主应力迹线。在加载初期,孔间影响较

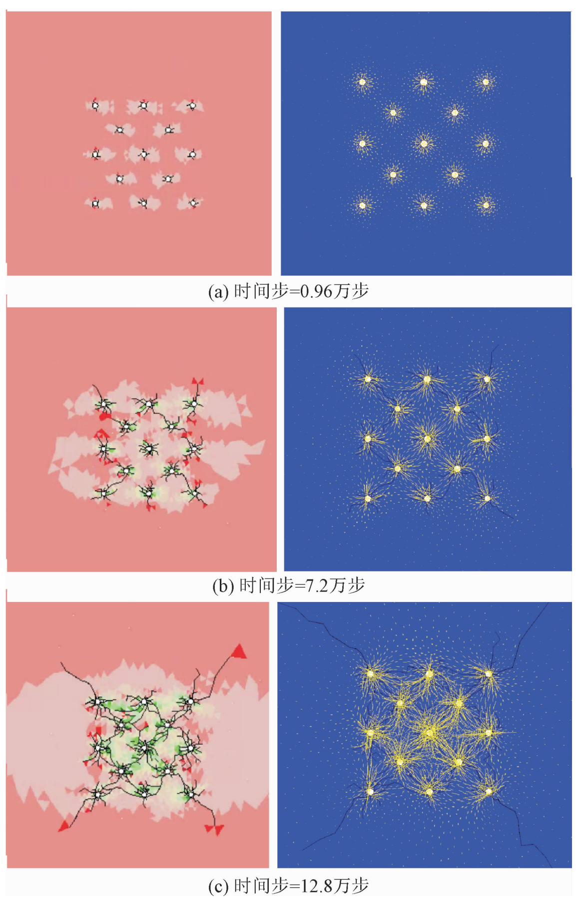


图 11 多孔模型中裂隙的扩展及主应力方向变化

Fig. 11 Crack propagations and variations of the principal stresses of multiple holes problem

小，主应力方向沿各个孔口呈发散状均匀分布；受周围布孔影响，孔周发生初始裂隙后沿 x'-y' 轴发展主裂隙，最大主应力方向亦沿 x'-y' 方向发展；同时，外部孔周裂隙优先发育、连通，并呈方向性扩散；外部联通后，内部孔周间裂隙连通，且在中间孔周发生应力集中，导致中心孔周附近岩石破碎；孔边界上仅有少量沿 x-y 轴发展的裂隙，但是贯通率极低，且发展缓慢。由此可见多孔静胀模型中布孔方式和孔间距都是影响破裂效率的重要因素。

上述结果表明，在均匀静胀作用下，自由边界的裂隙扩展具有方向性，若所有孔口同时施加静胀力，中间扩孔速率会稍慢，但碎裂度稍高。针对这种情况施工中可以考虑边界施工时在边界采用与挖掘机破碎法相结合的方法实现开挖作业。如图 12 所示为现场静态破碎剂破岩流程的示意。



图 12　静态破碎剂现场破岩流程示意图

Fig. 12　Procedures of the application of non-explosive expansion media in field

4　结　论

采用静态爆破的方法进行大型石方开挖是环境友好的破岩方式之一。本研究联合室内试验建立 DDA 的子块体模型研究了静态爆破作用下石方的静胀破裂机制。

1）利用混凝土比拟岩石，在静胀力作用且边界无约束的正方形块体圆孔内置入静态爆破药剂，应变测量结果显示孔口径向位移随反应时间呈先增加后保持的趋势，时间相关性较强。

2）基于室内试验结果建立 DDA 单孔模型并调整参数，数值试验结果表明单孔模型静胀过程呈“初始变形-孔周均匀微开裂-主裂隙发展-沿优先方向劈裂”4 个阶段。整个静胀作用中岩石内扩展裂隙以张性裂隙为主，优势方向的贯穿率与时间步曲线呈下凹形。

3）增加岩石抗拉强度会增加静胀破裂的时间或模型不发生劈裂；当模型周围位移边界固定时，其优势贯穿方向的贯穿率与时间步关系呈上凹型曲线，且孔周应力大、破碎率高。

4）DDA 多孔模型数值实验表明，在加载初期，孔间影响较小，开裂发生时沿布孔最小间距轴线，且边界孔间首先贯通；内部孔受周围孔洞的约束作用裂隙扩展稍慢，且孔周岩石破碎程度高。

本研究有关静态爆破静胀作用效率的探索将为大体积岩体爆破开挖工程设计施工提供理论支持。

参考文献：

[1] YANG Y. Optimization of dewatering schemes for a deep foundation pit near the Yangtze River, China[J]. Journal of rock mechanics and geotechnical engineering, 2018, 21(20): 555-566.

[2] GENET M, YAN W, TRAN C T. Investigation of a hydraulic impact: A technology in rock breaking[J]. Archive of applied mechanics, 2009, 79: 825-841.

[3] 吴顺川，李利平，张晓平. 岩石力学[M]. 北京：高等教育出版社，2021.

[4] SHANG J, ZHAO Z Y, ALIYU M M. Stresses induced by a demolition agent in non-explosive rock fracturing[J]. International journal of rock mechanics and mining sciences, 2018, 107: 172-180.

[5] 姜智盛，郑文忠，李瑞森，等. 混凝土块体静态破碎试验研究[J]. 哈尔滨工业大学学报，2020，52(6)：188-193.
JIANG Zhisheng, ZHENG Wenzhong, LI Ruisen, et al. Experimental study on static crushing of concrete block[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2020, 52(6): 188-193(in Chinese)

[6] 唐烈先，唐春安，唐世斌，等. 静态破碎的物理与数值试验[J]. 岩土工程学报，2005，27(4)：437-441.
TANG Xianlie, TANG Chunan, TANG Shibin, et al. Physical experiment and numerical simulation on effect of soundless cracking agent[J]. Chinese journal of geotechnical engineering, 2005, 27(4): 437-441. (in Chinese)

[7] 桂良玉. 静态破碎剂破岩机理试验研究[D]. 北京：中国矿业大学，2007.

[8] 吴睿，范祥，曹校勇，等. 贯通与半贯通红砂岩试样圆孔胀裂特征研究[J]. 铁道科学与工程学报，2022，19(6)：1616-1625
WU Rui, FAN Xiang, CAO Xiaoyong, et al. Study on dilatation characteristics of red sandstone with perforated and semi-perforated round hole[J]. Journal of railway science and engineering, 2022, 19(6): 1616-1625(in Chinese).

[9] 郝大宽，包春燕，唐春安. 钻孔间距对岩石静态破碎效果影响的数值模拟研究[J]. 绍兴文理学院学报(自然科学)，2018，38(2)：58-64.
HAO Dakuan, BAO Chunyan, TANG Chun'an. Numerical simulation of rock static breakage with different drill holespacings[J].

Journal of Shaoxing University (natural science), 2018, 38(2): 58-64(in Chinese).

[10] 郭怀广,朱立凯. 煤岩层静态爆破释能增透机制探讨[J]. 中国安全科学学报,2020,30(5):60-65.
GUO Huaiguang, ZHU Likai. Research on mechanism of energy release and permeability improvement in coal strata by static blasting [J]. China safety science journal, 2020, 30(5): 60-65(in Chinese).

[11] 周云涛,石胜伟,谢忠胜,等. 直立岩层边坡岩体的静态爆破参数试验研究[J]. 金属矿山,2020,528:184-190.
ZHOU Yuntao, SHI Shengwei, XIE Zhongsheng, et al. Study on test of the static blasting parameters of slope rock mass with vertical stratum[J]. Metal mine, 2020, 528: 184-190(in Chinese).

[12] 周云涛,石胜伟,张勇,等. 静态控制爆破破岩断裂贯通机制研究[J]. 爆破,2017,34(3):120-125.
ZHOU Yuntao, SHI Shengwei, ZHANG Yong, et al. Fracture and cut-through mechanism by static controlling blasting for rock breaking[J]. Blasting, 2017, 34(3): 120-125(in Chinese).

[13] 娄荣,陈威文,周方均,等. 钢筋混凝土构件的大孔径静态破碎技术研究[J]. 爆破,2020,37(4):127-131.
LOU Rong, CHEN Weiwen, ZHOU Fangjun, et al. Soundless cracking technology of reinforce concrete structure with large embedded hole[J]. Blasting, 2020, 37(4): 127-131(in Chinese).

[14] 张嘉勇,崔啸,周凤增,等. 煤层钻孔静态爆破致裂半径数值模拟[J]. 煤矿安全,2017,48(12):146-149.
ZHANG Jiayong, CUI Xiao, ZHOU Fengzeng, et al. Numerical simulation on crack radius of coal seam drilling by static blasting[J]. Safety in coal mines, 2017, 48(12): 146-149(in Chinese).

[15] NING Youjun, YANG Zheng, WEI Bin, et al. Advances in two-dimensional discontinuous deformation analysis for rock-mass dynamics[J]. International journal of geomechanics, 2017, 17(5): E6016001.

[16] HU Yanzhi, LI Xiao, ZHANG Zhaobing, et al. Numerical modeling of complex hydraulic fracture networks based on the discontinuous deformation analysis (DDA) method[J]. Energy exploration & exploitation, 2021, 39(5): 1640-1665.

[17] 甯尤军,杨军,陈鹏. 节理岩体爆破的 DDA 方法模拟[J]. 岩土力学,2010,31(7):2259-2263.
NING Youjun, YANG Jun, CHEN Peng. Numerical simulation of rock blasting in jointed rock mass by DDA method[J]. Rock and soil mechanics, 2010, 31(7): 2259-2263(in Chinese).

[18] 朱传云,戴晨,姜清辉. DDA 方法在台阶爆破仿真模拟中的应用[J]. 岩石力学与工程学报,2002(增刊2):2461-2464.
ZHU Chuanyun, DAI Chen, JIANG Qinghui. Numerical simulation of bench blasting by discontinuous deformation analysis method [J]. Chinese journal of rock mechanics and engineering, 2002 (S2): 2461-2464(in Chinese).

[19] 刘刚,舒大强,姜清辉. 应用 DDA 方法分析竖井爆振稳定问题[J]. 爆破,2003(4):38-40.
LIU Gang, SHU Daqiang, JIANG Qinghui. Application of discontinuous deformation analysis method in analyzing shaft well stabilization[J]. Blasting, 2003(4): 38-40(in Chinese).

[20] FAN L F, GAO J W, DU X L, et al. Spatial gradient distributions of thermal shock-induced damage to granite[J]. Journal of rock mechanics and geotechnical engineering, 2020, 12: 917-926.

[21] NIE W, ZHAO Z Y, GUO W, et al. Bond-slip modeling of a CMC bolt element using 2D-DDA method[J]. Tunnelling and underground space technology, 2019, 85: 340-353.

[22] NI K S, YANG J, NING Y J, et al. A modified sub-block DDA fracturing modelling method for rock[J]. Engineering analysis with boundary elements, 2020, 111: 154-166.

（编辑　黄崇亚　史淑英）